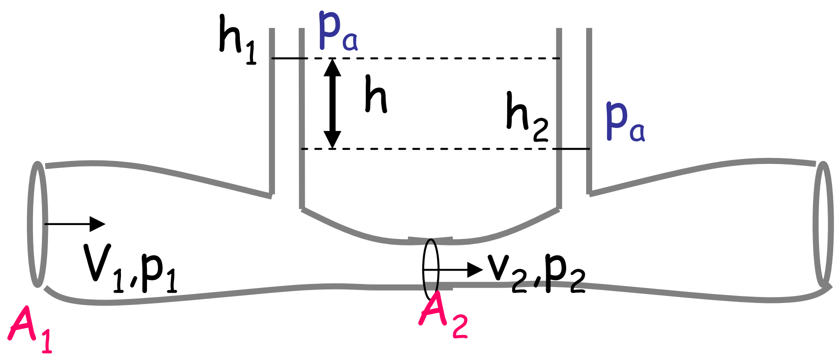
APLICACIONES DE LA ECUACION DE BERNOULLI



EL MEDIDOR VENTURI

Se usa para medir la rapidez de flujo en un tubo. La parte angosta del tubo se llama garganta.

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 = const$$

$y_1 = y_2$

$p_1 = p_a + \rho g h_1 \quad p_2 = p_a + \rho g h_2$

$p_1 - p_2 = \rho g (h_1 - h_2) = \rho g h$

$$A_2 v_2 = A_1 v_1 \qquad v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

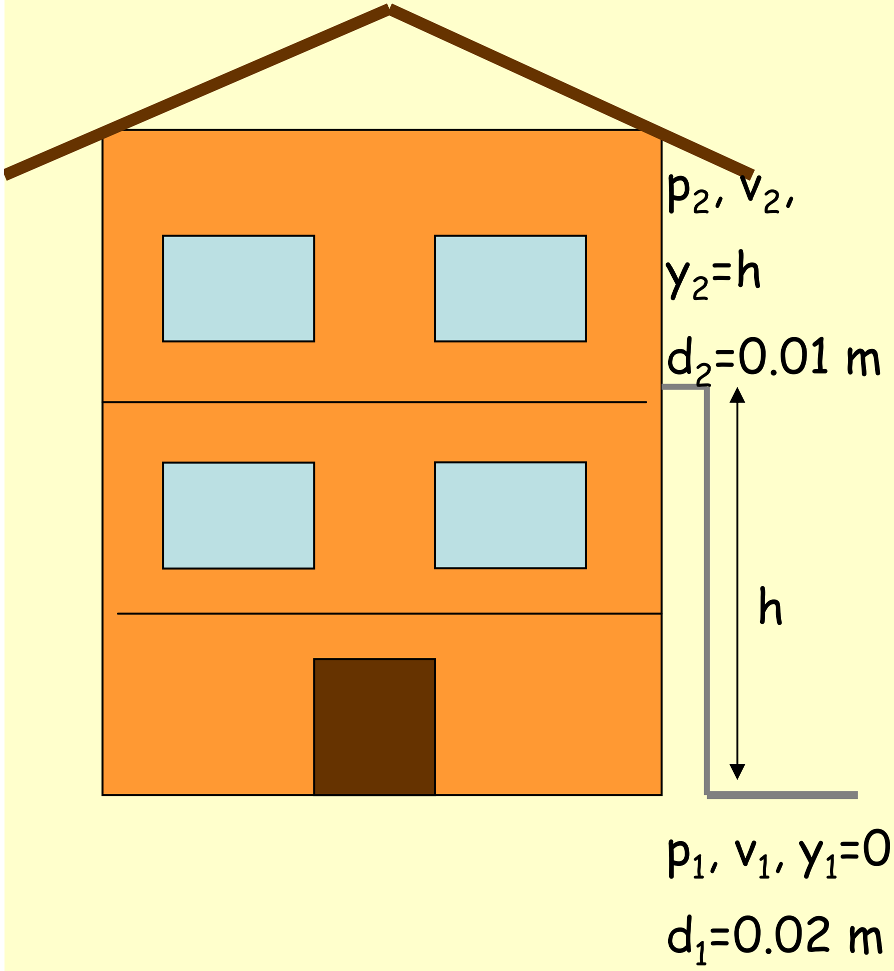
$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right)$$

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right) = \rho g h \quad \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{(A_1/A_2)^2 - 1}}$$

Si $A_1 > A_2$, $v_2 > v_1$ y $p_2 < p_1$, una fuerza neta hacia la derecha acelera el fluido que entra en la garganta

EJEMPLO 14.8

Entra agua en una casa por un tubo con diámetro interior de 2 cm a una presión absoluta $p_1=4\ 10^5$ Pa. Un tubo de 1 cm de diámetro va al cuarto de baño del segundo piso, que está a una altura h=5 m. La rapidez de flujo en el tubo de entrada es $v_1=1.5$ m/s. Calcule la rapidez de flujo, presión y razón de flujo de volumen en el cuarto del segundo piso.



$$p_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\cancel{\rho g y_1}=p_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho g y_2=const$$

$$v_2=\frac{A_1}{A_2}v_1=\frac{\pi(d_1/2)^2}{\pi(d_2/2)^2}v_1=\frac{0.01^2}{0.005^2}1.5\frac{m}{s}=6\frac{m}{s}$$

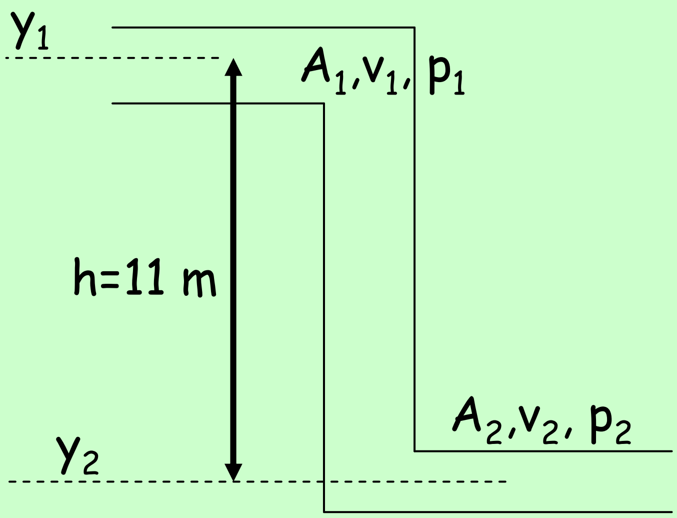
$$p_2=p_1+\frac{1}{2}\rho(v_1^2-v_2^2)-\rho g y_2=$$

$$4\,10^5\,Pa+\frac{1}{2}(10^3\,kg/m^3)\left(2.25\frac{m^2}{s^2}-36\frac{m^2}{s^2}\right)+$$

$$-(10^3\,kg/m^3)9.8\frac{m}{s}5m=3.3\,10^5\,Pa$$

$$\frac{dV}{dt}=A_2v_2=\underbrace{\pi(0.005m)^2}_{A_2}6\frac{m}{s}=4.7\,10^{-4}\frac{m^3}{s}$$

14.36 En un punto de una tubería, la rapidez del agua es de 3 m/s y la presión manométrica es de 5 10^4 Pa. Calcule la presión manométrica en otro punto de la tubería, 11 m más abajo, si el diámetro del tubo ahí es el doble que en el primer punto.



v_1=3 m/s

p_1=5 10^4 Pa

h=11 m

d_2=2d_1

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

$$p + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2 = const$$

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = v_1 \frac{A_1}{A_2} = v_1 \frac{\pi(d_1^{\,2}/4)}{\pi(4d_1^{\,2}/4)} = \frac{v_1}{4} = 0.75 m/s$$

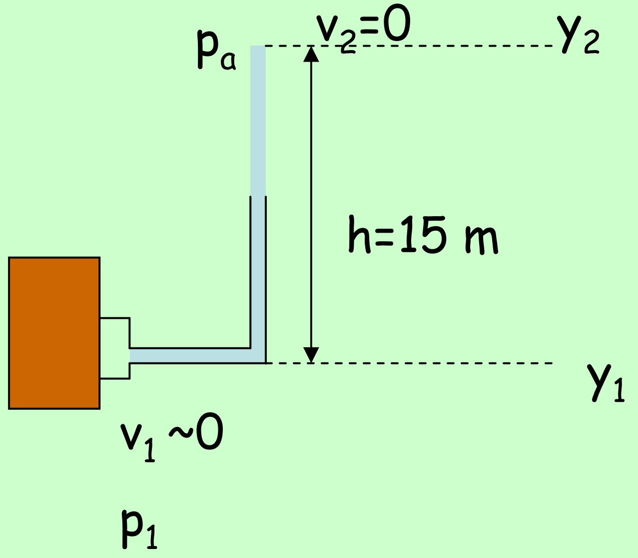
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) + \rho g(y_1 - y_2) =$$

$$5\,10^4\,Pa + \frac{1}{2}1000\frac{kg}{m^3}(8.4375\frac{m^2}{s^2}) + 1000\frac{kg}{m^3}(9.8\frac{m}{s^2})(11m) =$$

$$5\,10^4\,Pa + 4218.7\,Pa + 107800\,Pa = 1.62\,10^5\,Pa$$

14.35 ¿Qué presión manométrica se requiere en una toma municipal de agua para que el chorro de una manguera de bomberos conectada a ella alcance una altura vertical de 15 m? (Suponga que la toma tiene un diámetro mucho mayor que la manguera).



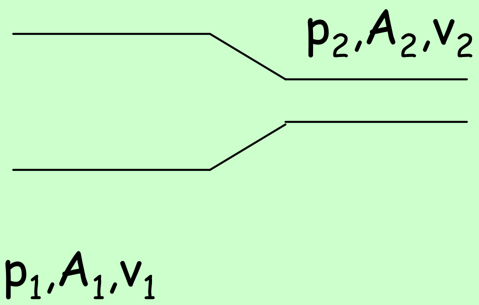
$$p + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2 = const$$

$$p_1 + \rho g y_1 = p_a + \rho g y_2$$

$$p_1 - p_a = \rho g(y_2 - y_1) = \rho g h = 1000\frac{kg}{m^3}(9.8\frac{m}{s^2})(15m) = 1.47\,10^5\,Pa$$

** Esto no lo vimos en la clase**

* 14.39 Se descarga agua de un tubo horizontal cilíndrico a razón de 465 cm^3/s. En un punto del tubo donde el radio es 2.05 cm, la presión absoluta es de 1.6 10^5 Pa. ¿Qué radio tiene una constricción del tubo donde la presión se reduce a 1.2 10^5 Pa? (Encontrar v_1 con la ecuación de continuidad, después v_2 con la ecuación de Bernoulli y el área A_2 con la ecuación de continuidad…)



$dV/dt=465\ cm^3/s$

$p_1=1.6\ 10^5$ Pa

$R_1=2.05$ cm

$p_2=1.2\ 10^5$ Pa

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 = \frac{dV}{dt}$$

$$p + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2 = const$$

$$\frac{dV}{dt} = 465\frac{cm^3}{s} = 465\frac{(10^{-2}m)^3}{s} = A_1 v_1 = \pi R_1^2 v_1$$

$$v_1 = \frac{465\,10^{-6}(m^3/s)}{\pi(0.0205m)^2} = 0.35\frac{m}{s}$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$p_1 - p_2 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

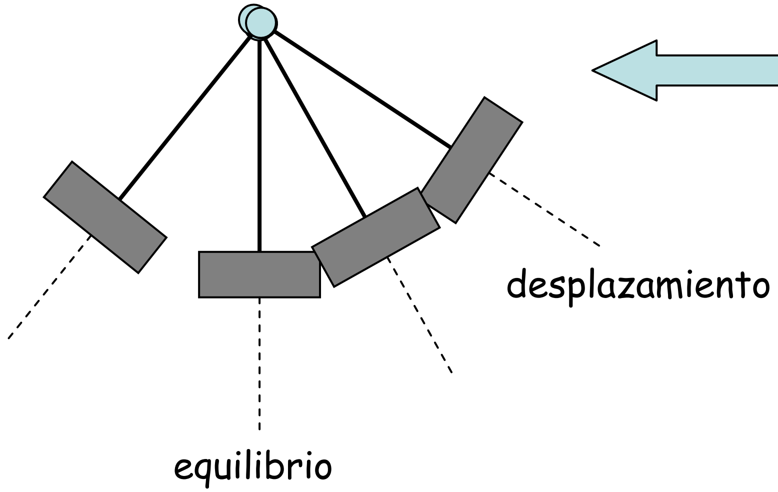
$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho} + v_1^2} = 8.95\frac{m}{s}$$

$$v_2 A_2 = \frac{dV}{dt} \quad \Rightarrow \quad A_2 = \frac{465\,10^{-6}}{8.95}m^2 = 51.9\,10^{-6}\,m^2$$

$$R_2 = \sqrt{\frac{A_2}{\pi}} = 0.004m$$

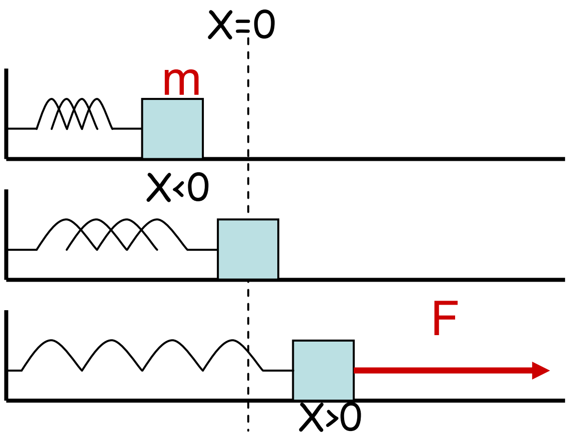
MOVIMIENTO PERIODICO

Un cuerpo que tiene un movimiento periódico se caracteriza por una posición de equilibrio estable. Cuando se le aleja de esa posición y se suelta, entra en acción una fuerza o un momento de torsión para volverlo al equilibrio. Sin embargo, para cuando llega ahí, ya ha adquirido cierta energía cinética que lo hace pasarse hasta detenerse del otro lado, de donde será impulsado otra vez hacia el equilibrio.

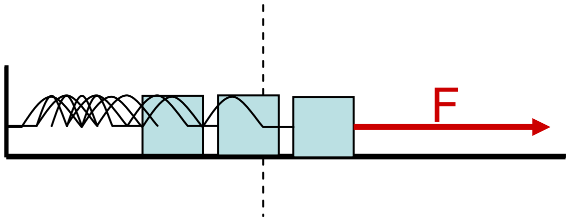


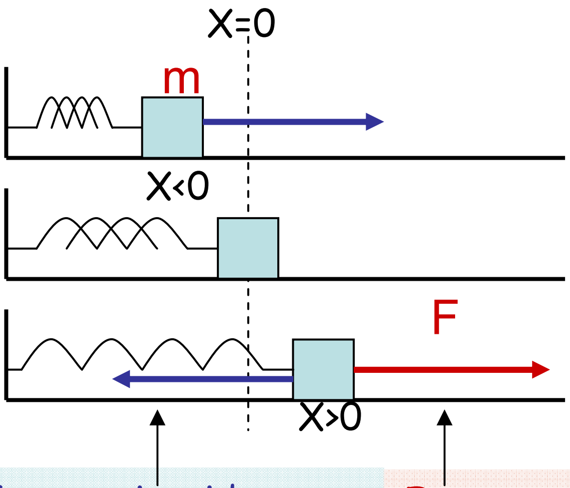
Por ejemplo: PENDULO

Sin fricción el movimiento continuaría por siempre..



Otro ejemplo es el sistema RESORTE-MASA ilustrado en figura





Fuerza ejercida por el resorte sobre el cuerpo

Fuerza aplicada al resorte para desplazarlo

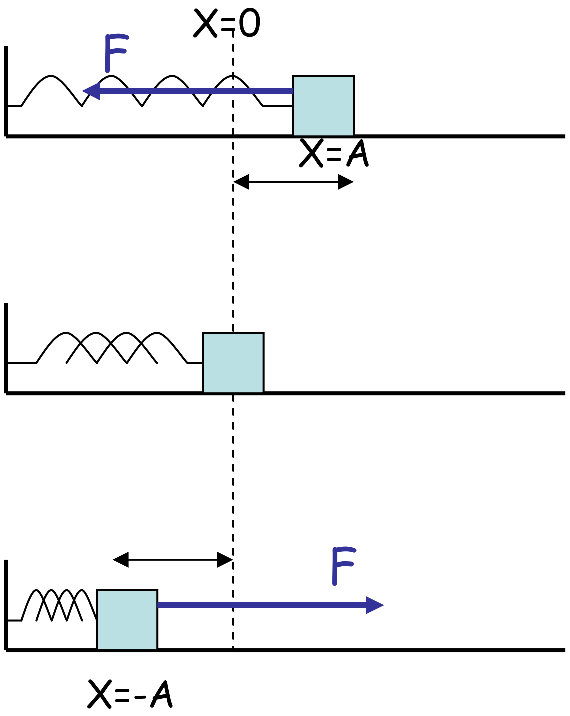
Si desplazamos el cuerpo a la izquierda, x es negativo, el resorte está comprimido y ejerce una fuerza sobre el cuerpo hacia la derecha.

Si desplazamos el cuerpo a la derecha, x es negativa, el resorte está estirado y ejerce una fuerza sobre el cuerpo hacia la izquierda.

La fuerza sobre el cuerpo por el resorte y la posición x siempre tienen signos opuestos.

En este ejemplo del sistema resorte-masa, la fuerza F y el desplazamiento x están relacionados por la ley de Hooke (FUERZA DE RESTITUCION):

$$F = -kx$$



Si desplazamos el cuerpo a la derecha hasta x=A y lo soltamos, la fuerza neta y la aceleración son hacia la izquierda. La rapidez aumenta al aproximarse el cuerpo a la posición de equilibrio x=0.

Cuando el cuerpo está en 0, la fuerza neta que actúa sobre él es cero, pero a causa de su energía cinética "rebasa" la posición de equilibrio.

En el otro lado la velocidad es a la izquierda pero la aceleración es a la derecha; la velocidad disminuye hasta que el cuerpo para en x=-A y repite el movimiento. Si no hay fricción u otra fuerza que elimine energía mecánica al sistema, el movimiento se repetirá eternamente.

Ese tipo de movimiento, con la fuerza de restitución directamente proporcional al desplazamiento respecto al equilibrio se llama

MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE (MAS)

En un ciclo completo el cuerpo se mueve de $x=A$ a $x=-A$ y regresa en $x= A$

El movimiento armónico simple esta caracterizado por:

- ✓ PERIODO (T): es el tiempo que tarda un ciclo. En el SI la unidad del periodo es el segundo (s).
- ✓ FRECUENCIA (f): es el número de ciclos en la unidad de tiempo ($f=1/T$). La unidad de la frecuencia en el SI es el Hertz (Hz).
- ✓ AMPLITUD (A): es la máxima magnitud del desplazamiento respecto al equilibrio, es decir, el valor máximo de $|x|$. Su unidad en el SI es el metro (m).
- ✓ FRECUENCIA ANGULAR (ω): está relacionada a la frecuencia: $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$. Su unidad es el rad/s.